

Streszczenie rozprawy doktorskiej
“Spectral gaps, t -designs and ϵ -nets in quantum computing”

Od czasu przedstawienia kwantowej maszyny Turinga prawie pół wieku temu, obliczenia kwantowe wyróżniły się jako obiecująca technologia i aktywny interdyscyplinarny obszar badań. Model obwodu kwantowego, który jest wielomianowo równoważny z kwantową maszyną Turinga, stał się dominującym formalizmem w obliczeniach kwantowych. Co interesujące, taki bramkowy model okazał się użyteczny nie tylko do opisu przetwarzania informacji kwantowej w sprzęcie do obliczeń kwantowych, lecz również znalazł zastosowania w obszarach takich jak wielociałowe układy kwantowe, złożoność kwantowa i fizyka czarnych dziur. Jednym z powodów tak różnorodnego wachlarza zastosowań jest fakt, że obwody kwantowe mogą zostać użyte do modelowania złożoności stanów kwantowych realizowanych przez dyskretne układy kwantowe. Wiadomo, że pytanie o złożoność konkretnej operacji unitarnej, która przygotowuje zadany stan kwantowy z zadaną dokładnością, jest trudne. Jednakże pytanie o wspólne ograniczenia górne na takie złożoności jest namacalne i może być rozumiane jako pytanie o efektywność obliczeniową elementarnych operacji kwantowych używanych do przygotowania stanów. W rzeczy samej, słynne twierdzenie Solovaya-Kitaeva (SK) wyznacza takie ograniczenia dla dowolnego dyskretnego zestawu bramek uniwersalnych. Jednakże wiadomo, że istnieją pewne zestawy bramek cechujące się optymalnym skalowaniem, które jest lepsze od ograniczenia wynikającego z twierdzenia SK.

W tej rozprawie badamy ograniczenia na efektywność uniwersalnych zestawów bramek opierając się na przerwie spektralnej odpowiadających im operatorów t -momentów (bądź uśredniania). Skupiamy się przede wszystkim na przerwach spektralnych na skończonej skali, które mogą być, co do zasady, wyliczone.

Takie podejście pozwala na wyprowadzenie niekonstruktywnych twierdzeń podobnych do twierdzenia Solovaya-Kitaeva (ang. Solovay-Kitaev-like; SKL). Demonstrujemy w jaki sposób można uzyskać twierdzenie SKL używając konstrukcji opartej na odpowiedności między δ -przybliżonymi t -designami oraz ϵ -netami, które są wszechobecnymi konstruktami, stosowanymi szeroko w teorii informacji kwantowej. Uzyskujemy taką odpowiedność poprzez konstrukcję wielomianowych przybliżeń delty Diraca opartych na jądrach ciepła, które są dobrze znanymi i naturalnymi obiektami, znajdującymi wiele zastosowań w fizyce matematycznej. Używając takiego podejścia, byliśmy w stanie poprawić skalowanie δ względem najlepszego istniejącego wyniku, zasadniczo zachowując przy tym skalowanie t .

Poza wyprowadzeniem wspomnianego twierdzenia SKL, prezentujemy względnie prosty dowód na wielologarytmiczny zanik przerwy spektralnej ze stałymi, które są obliczalne oraz alternatywny dowód twierdzenia SKL z (globalną) przerwą spektralną.

Ostatecznie, wprowadzamy pojęcie Quantum Circuit Overhead (QCO) i powiązane z nim pojęcie T -Quantum Circuit Overhead, który naszym zdaniem mogą być odpowiednią miarą do porównywania efektywności różnych zestawów bramek kwantowych i może być ograniczony od góry za pomocą prostych wzorów i symulacji numerycznych. Poza bezpośrednim związkiem z efektywnością obliczeniową, pojęcie overheadu może być użyte jako rozsądna miara pośrednia (proxy) efektywności kosztowej w niektórych architekturach NISQ oraz z pełną korekcją błędów. Używamy tego podejścia, aby uzyskać wgląd w efektywność różnych losowych zespołów zestawów bramek jednokubitowych. Ponadto analizujemy numerycznie kilka konkretnych wyborów, takich jak zestaw bramek Clifford+ T i Super-Golden, uzyskując interesujące wyniki dotyczące efektywności słynnej bramki T .

Co warto podkreślić, kładziemy duży nacisk na to, aby wszystkie stałe w uzyskanych wzorach były znane bądź, co do zasady, obliczalne za pomocą symulacji numerycznych na klastrach superkomputerowych. Takie podejście różni się od niektórych bardziej matematycznych prac, w których wartości określonych stałych nie są podane.

Oskar Słowik