

Kraków, 13 stycznia 2026 r.

dr hab. Marcin Markiewicz, prof.
IITIS PAN, prof. UG
Instytut Informatyki
Teoretycznej i Stosowanej PAN,
Bałtycka 5, 44-100 Gliwice,
Międzynarodowe Centrum Teorii
Technologii Kwantowych,
Uniwersytet Gdański,
Bażyńskiego 1A, 80-309 Gdańsk.

Recenzja rozprawy doktorskiej magistra Oskara Szymona Słowika pt.: „*Spectral gaps, t -designs and ϵ -nets in quantum computing*”

Uwagi wstępne

Recenzowana rozprawa obejmuje 182 strony. Praca jest napisana w języku angielskim (ponadto zawiera streszczenie w języku polskim) i składa się z następujących części:

- część nagłówkowa (strona tytułowa, streszczenie po angielsku i po polsku, spis treści, deklaracje, podziękowania),
- 6 rozdziałów (w tym rozdziały 3-5 zawierające oryginalne publikacje naukowe wraz z deklaracjami wkładu własnego Autora),
- listę wszystkich dotychczasowych publikacji Autora,
- wykaz literatury.

Tytuł rozprawy adekwatnie oddaje jej zawartość i jednoznacznie wskazuje tematyczne spoiwo pomiędzy trzema publikacjami na których oparta jest niniejsza rozprawa. Układ rozprawy jest przejrzysty: rozdział 1 stanowi ogólne wprowadzenie w tematykę badań, rozdział 2 zawiera szczegółowe wprowadzenie w techniki

analityczne oraz przedstawienie aktualnego stanu wiedzy w interesującej Autora problematyce, rozdziały 3-5 przedstawiają 3 zbiorowe prace badawcze stanowiące zasadniczą część pracy, w formacie: krótkie podsumowanie, deklaracja wkładu Autora, treść publikacji. Dwie spośród tych publikacji (zawarte w rozdziałach 3 i 4) zostały opublikowane w recenzowanym czasopiśmie:

1. **O. Słowik**, A. Sawicki, *Calculable lower bounds on the efficiency of universal sets of quantum gates*, J. Phys. A: Math. Theor. **56** 115304, (opublikowana 3 marca 2023).
2. **O. Słowik**, O. Reardon-Smith, A. Sawicki, *Fundamental solutions of the heat equation on unitary groups establish an improved relation between ϵ -nets and approximate unitary t -designs*, J. Phys. A: Math. Theor. **58** 445301 (opublikowana 28 października 2025).

Natomiast trzecia praca (zawarta w rozdziale 5) jest w momencie recenzowania rozprawy Autora opublikowana w bazie ArXiv:

1. **O. Słowik**, P. Dulian, A. Sawicki, *Quantum Circuit Overhead*, arXiv:2505.00683 (opublikowana 2 października 2025).

Rozdział 6 zawiera natomiast podsumowanie rozprawy oraz listę otwartych problemów badawczych zainspirowanych przez przedstawione badania.

Przedmiot rozprawy

Rozdział 1 (Introduction). W rozdziale wprowadzającym Autor zwięźle przedstawia kontekst historyczny powstania teorii obliczeń kwantowych oraz nakreśla zasadniczy motyw przewodni rozprawy: problem złożoności obwodów kwantowych, rozumianej jako minimalną długość obwodu kwantowego składającego się z operacji wybieranych spośród pewnego *uniwersalnego zbioru bramek kwantowych*, przybliżającego z zadaną z góry dokładnością dowolną operację unitarną na rejestrze kwantowym o określonym wymiarze. Autor deklaruje jednoznacznie główny cel pracy:

- badanie obliczalnych ograniczeń na efektywność uniwersalnych zbiorów bramek kwantowych,

oraz przedstawia podsumowanie zastosowanej metodologii badań, która opiera się na uogólnieniach twierdzenia Solovaya-Kitaeva, opartych o przerwę spektralną.

Rozdział 2 (Preliminaries). Rozdział ten składa się z czterech części, z których pierwsze trzy mają charakter wprowadzenia teoretycznego w formalizm matematyczny oraz w aspekty kwantowo-technologiczne potrzebne do zrozumienia problemów badawczych podjętych w rozprawie, podczas gdy część czwarta przedstawia

podsumowanie aktualnego stanu badań nad problemem efektywności zbiorów bramek kwantowych oraz szczegółowo formułuje problemy badawcze podejmowane w przedstawionej rozprawie.

Rozdział 3 (*Paper I: Calculable lower bounds on the efficiency of universal sets of quantum gates*). Rozdział 3 zawiera pierwszą z prac badawczych, na których oparta jest rozprawa, wraz z krótkim podsumowaniem oraz deklaracją wkładu Autora w publikację. Praca ta analizuje luki spektralne operatorów uśredniania związanych z losowymi spacerami po grupach unitarnych, jako punkt wyjścia biorąc problem efektywności aproksymacji operacji unitarnych przez skończone zbiory bramek kwantowych. Motywacją do tych rozważań jest związek pomiędzy dodatnią luką spektralną a logarytmiczną głębokością aproksymacji, znany z uogólnionych wersji twierdzenia Solovaya-Kitaeva.

Głównym rezultatem pracy nie jest jednak poprawa znanych ograniczeń na długość obwodu, co Autor explicite przyznaje w podrozdziale 3.1 (*Overview*), lecz uzyskanie jawnych, obliczalnych dolnych ograniczeń na lukę spektralną w skończonej skali („gap at a certain scale”). Skala ta odpowiada ograniczeniu analizy do zbalansowanych wielomianów stopnia t w elementach macierzy unitarnej i jej sprzężenia, co w języku teorii reprezentacji jest równoważne rozważaniu jedynie tych nieredukowalnych reprezentacji, które pojawiają się w rozkładzie produktów tensorowych operatorów postaci $U^{\otimes t} \otimes \bar{U}^{\otimes t}$. Tak zdefiniowana luka w skali t jest obiektem skończonym i w zasadzie obliczalnym, w przeciwieństwie do globalnej luki spektralnej, która wymaga rozważania nieskończenie wielu reprezentacji. Autorzy pokazują, że przy pewnych „generycznych” założeniach o zbiorze generatorów (w szczególności warunku uniwersalności zbiorów zbudowanych z kwadratów par elementów oraz kwadratów ich odwrotności) można uzyskać jawne dolne ograniczenia na lukę spektralną, z kontrolowaną zależnością od skali t .

Rozdział 4 (*Paper II: Fundamental solutions of the heat equation on unitary groups establish an improved relation between ϵ -nets and approximate unitary t -designs*). Rozdział czwarty zawiera drugą z prac, analogicznie poprzedzoną krótkim podsumowaniem oraz deklaracją wkładu. Praca ta analizuje relację między przybliżonymi unitarnymi t -deseniami a geometrycznym pojęciem ϵ -netów, stanowiących rodzaj pokrycia zbioru kanałów unitarnych ϵ -kulami. ϵ -nety dają jednoznaczny gwarancję aproksymacji dowolnego kanału unitarnego, przez co są istotnym narzędziem w analizie efektywności obwodów kwantowych, ale jednocześnie są obiektami trudnymi do badania: czysto geometrycznymi i pozbawionymi struktury spektralnej. Z tego powodu autorzy pracują nad możliwie optymalnym powiązaniem ϵ -netów z przybliżonymi t -deseniami. Relacja pomiędzy tymi pojęciami była znana już wcześniej: tzw. δ -przybliżone t -desenie na grupie unitarnej na przestrzeni o wymiarze d stanowią jednocześnie ϵ -nety, o ile parametr δ skaluje się jak $\left(\frac{\epsilon^{3/2}}{d}\right)^{d^2}$. Celem pracy jest złagodzenie tego wymagania

na skalowanie się parametru δ w funkcji wymiaru d .

Kluczowym pomysłem pracy jest użycie jądra równania cieplnego (heat kernel) na (rzutowej) grupie unitarnej $PU(d)$ jako optymalnej funkcji testowej. Jądro równania cieplnego jest fundamentalnym rozwiązaniem równania ciepła dla laplasjanu na rozmaitości grupowej i można go interpretować jako najbardziej naturalną, symetryczną i „najostrzejszą” możliwą aproksymację delty Diraca przy danym ograniczeniu spektralnym. Autorzy biorą pełne jądro równania cieplnego i dokonują jego obcięcia do reprezentacji o wadze nie większej niż t , co prowadzi do funkcji należącej do przestrzeni testowanej przez t -desień.

Główny wynik ilościowy pracy polega na znacznym osłabieniu warunków na parametr δ w przedstawionym już powiązaniu pomiędzy przybliżonymi t -deseniami a ϵ -netami. Autorzy pokazują, że aby δ -przybliżony t -desień był jednocześnie ϵ -netem, wystarczy, aby parametr δ skalował się jak $\left(\frac{\epsilon}{\sqrt{d}}\right)^{d^2}$. Choć różnica wydaje się techniczna, w wysokich wymiarach oznacza ona istotne rozluźnienie wymagań na jakość desenia.

Rozdział 5 (*Paper III: Quantum Circuit Overhead*). Rozdział ten zawiera ostatnią z prac, dotychczas opublikowaną w formie pre-printu, której prezentacja również poprzedzona jest krótkim podsumowaniem oraz deklaracją wkładu Autora. Praca *Quantum Circuit Overhead* wprowadza ilościową, względną miarę efektywności uniwersalnych zbiorów bramek kwantowych, opartą na porównaniu długości obwodów generowanych przez dany zbiór bramek S z długościami obwodów generowanych przez *optymalny* zbiór bramek S_{opt} o *tej samej liczności* $|S|$. Kluczowym obiektem analizy nie jest więc absolutny koszt kompilacji, lecz nieunikniony *względny narzut długości obwodu*, jaki wynika z nieoptymalnego wyboru generatorów.

Formalnie, porównywana jest minimalna długość $\ell_S(\epsilon)$ obwodu aproksymującego dowolny unitarny kanał kwantowy z dokładnością ϵ przy użyciu zbioru S z minimalną możliwą długością $\ell_{\text{opt}}(\epsilon)$ osiągalną przez dowolny uniwersalny zbiór bramek o tej samej liczności. Stosunek tych wielkości, w odpowiednim sensie asymptotycznym, definiuje *Quantum Circuit Overhead* (QCO) i stanowi miarę „nieoptymalności” badanego zbioru bramek.

Aby uzyskać miarę praktyczną i jawnie obliczalną, autorzy wprowadzają górne ograniczenie $Q(S, \epsilon)$ na QCO, wyrażone w terminach liczności zbioru bramek oraz parametru mieszania $\delta(\nu_S, t)$, a następnie definiują asymptotyczny narzut $\bar{Q}(S) = \limsup_{\epsilon \rightarrow 0} Q(S, \epsilon)$. Pokazują przy tym, że dla ustalonego $|S|$ istnieje nieusuwalne dolne ograniczenie $\bar{Q}(S) \geq \bar{Q}_{\text{opt}}(|S|) \geq 2$, osiągalne jedynie przez zbiory o optymalnych własnościach mieszania.

Rozdział 6 (*Summary and future directions*).

W tej części Autor przedstawił podsumowanie trzech przedstawionych prac badawczych, ze szczególnym naciskiem na znaczenie podjętego programu badawczego do analizy efektywności najczęściej rozważanych zbiorów bramek kwantowych. W

szczegółności Autor przedstawia podsumowanie trzeciego, finalnego etapu swojego programu badawczego jako próbę wprowadzenia użytecznego i adekwatnego kryterium efektywności różnych zbiorów bramek kwantowych, niezależnego od arbitralnego wyboru liczby bramek elementarnych, poprzez wprowadzenie dwóch miar: QCO i T-QCO. Przeprowadzone szerokie symulacje numeryczne potwierdzają obliczalność tych miar i prowadzą do istotnego wniosku praktycznego: powszechnie stosowana bramka T , znana też jako $P(\frac{\pi}{4})$, jest wyraźnie nieoptymalnym uzupełnieniem zbioru bramek generujących grupę Clifforda, a znacznie lepsze własności wykazują inne, precyzyjnie scharakteryzowane klasy bramek, których wybór pozwala zbliżyć się do teoretycznie optymalnych ograniczeń.

Na zakończenie tego rozdziału Autor prezentuje listę ośmiu otwartych problemów badawczych, zainspirowanych bądź stanowiących kontynuację badań opisanych w rozdziałach 3-5.

Ocena merytoryczna rozprawy

Rozprawa podejmuje niezwykle aktualny problem efektywności uniwersalnych zbiorów bramek kwantowych. Problem ten leży na pograniczu fizyki matematycznej oraz teorii kwantowych obliczeń, co bardzo dobrze odzwierciedlone jest w narzędziach analitycznych stosowanych w przedstawionych badaniach. Część innowacyjna rozprawy składa się z trzech prac badawczych, które naświetlają zasadniczy problem badawczy z trzech różnych, finalnie łączących się perspektyw.

Najstarsza z trzech prac, *Calculable lower bounds on the efficiency of universal sets of quantum gates* (J. Phys. A 2023), koncentruje się na fundamentalnym problemie dolnych ograniczeń efektywności uniwersalnych zbiorów bramek kwantowych, rozumianej poprzez własności spektralne operatorów uśredniających. Główne pytanie pracy nie dotyczy tego, jak efektywnie można aproksymować dowolną operację unitarną, lecz jak nieefektywny może być w najgorszym przypadku dany zbiór bramek, jeśli jego własności mieszania są słabe. Analiza prowadzona jest na poziomie operatorów momentowych i ich widm, co nadaje pracy wyraźnie matematyczno-fizyczny, strukturalny charakter.

Kluczowym i oryginalnym wkładem pracy jest jednak nie samo oszacowanie długości obwodów, lecz wprowadzenie jawnych, obliczalnych dolnych ograniczeń na lukę spektralną gap_t w skończonej skali. Luka spektralna operatora uśredniającego pełni kluczową rolę w problemie efektywności obwodów kwantowych, ponieważ bezpośrednio kontroluje tempo mieszania rozkładu operacji unitarnych generowanego przez losowe obwody składające się z danego zbioru bramek w kierunku rozkładu Haarowskiego. Im większa luka spektralna, tym krótsza minimalna długość obwodów potrzebnych do aproksymacji dowolnej operacji unitarnej z zadaną dokładnością.

Finalne ograniczenie uzyskane w pracy ma postać dolnego oszacowania luki spektralnej w skali t dla uniwersalnego zbioru bramek S :

$$\text{gap}_t(S) \geq \alpha g_{t_0}(S) \log(\beta t)^{-2c}, \quad t \geq t_0.$$

Oszacowanie to wiąże lukę spektralną w dowolnej skali t z luką $\text{gap}_{t_0}(S)$ w skończonej, ustalonej skali t_0 , która jest obiektem w zasadzie obliczalnym numerycznie. Stałe α i β zależą wyłącznie od wymiaru d oraz parametru konstrukcyjnego ε_0 , który ustala minimalną skalę t_0 , natomiast wykładnik c pochodzi z użytej wersji twierdzenia Solovaya–Kitaeva. Wynik ten pokazuje, że przy naturalnych założeniach o zbiorze generatorów luka spektralna nie może zanikać szybciej niż potęgowo w logarytmie skali t , co dostarcza jawnego, dolnego ograniczenia na tempo mieszania losowych obwodów generowanych przez S .

Druga praca, *Fundamental solutions of heat equation on unitary groups establish an improved relation between ϵ -nets and approximate unitary t -designs* przedstawia inną perspektywę na problem efektywności obwodów kwantowych. Zamiast pytania: „jak mała może być luka spektralna dla operatorów uśredniania”, Autor rozważa jak dokładnie powiązać kontrolę zgodności momentów zadanego rozkładu operacji unitarnych z rozkładem Haara (przybliżone t -desenie) z geometrią ϵ -pokryć w zbiorze kanałów unitarnych. Praca ta wykorzystuje bardzo zaawansowane metody fizyki matematycznej. Wprowadzenie jądra równania cieplnego jako optymalnego przybliżenia delty Diraca pozwala znacząco poprawić znaną wcześniej zależność pomiędzy przybliżonymi t -deseniami a ϵ -netami, istotnie liberalizując warunek na skalowanie się “dokładności” desenia δ w funkcji wymiaru przestrzeni stanów.

Dopiero *Quantum Circuit Overhead* jest pracą w pełni syntetyczną i porównawczą. Bierze ona wcześniej wypracowane narzędzia i zadaje pytanie: jak porównywać różne uniwersalne zbiory bramek pomiędzy sobą, a nie tylko z absolutnym optimum. Wprowadzenie *Quantum Circuit Overhead* (QCO) stanowi istotny krok koncepcyjny: zamiast pytania o absolutną efektywność danego zbioru bramek stawiamy pytanie o efektywność względną liczoną w odniesieniu do najlepszego możliwego zbioru bramek o tej samej liczności. Dodatkowo wprowadzone pojęcie *T-Quantum Circuit Overhead* (T-QCO) stanowi kluczowe rozszerzenie QCO, ponieważ umożliwia ilościową analizę efektywności zbiorów bramek w architekturach, w których koszt obwodu jest zdominowany przez wystąpienia wąskiej klasy operacji uznawanych za kosztowne, takich jak bramki T w modelach Clifford+ T . Rozdzielenie zbioru generatorów na „drogie” bramki $\{T_i\}$ oraz grupę „wolnych” operacji C pozwala zdefiniować narzut w kategoriach T -złożoności, tj. liczby wystąpień bramek $\{T_i\}$, przy zachowaniu porównywalności z klasycznym QCO. W tym sensie T-QCO stanowi uniwersalne narzędzie do oceny efektywności zbiorów bramek w realistycznych architekturach kwantowych.

Praca ta stanowi logiczne zwieńczenie wcześniejszych badań autora. Z jednej strony odwołuje się do wyników pracy *Calculable lower bounds on the efficiency of universal sets of quantum gates*, gdzie wyprowadzono dolne ograniczenia na lukę spektralną operatorów uśredniania. Z drugiej strony korzysta z relacji między przybliżonymi t -deseniami a ϵ -netami w przestrzeni kanałów unitarnych, rozwiniętej w pracy poświęconej zastosowaniu jądra równania cieplnego na grupach unitarnych, która uzasadnia fakt, że kontrola parametrów momentowych rzeczywiście przekłada się na globalne pokrycie przestrzeni kanałów i na nieunikniony narzut długości obwodów. W przeciwieństwie do prac wcześniejszych, które miały charakter przede wszystkim strukturalny, *Quantum Circuit Overhead* wykorzystuje te narzędzia do systematycznego porównywania konkretnych uniwersalnych zbiorów bramek, pokazując m.in., że powszechnie stosowane wybory, takie jak Clifford+ T , mogą być istotnie nieoptymalne z punktu widzenia asymptotycznego narzutu długości obwodów.

Podsumowanie. Trzy prace przedstawione w rozdziałach 3-5 tworzą spójny i konsekwentnie rozwijany program badawczy, który wnosi istotny wkład do badań nad efektywnością obwodów kwantowych. Rozpoczynając od analizy dolnych ograniczeń opartych na lukach spektralnych w skończonej skali, Autor wprowadza pojęcia i narzędzia pozwalające na ilościową, obliczalną ocenę najgorszego przypadku efektywności uniwersalnych zbiorów bramek. Następnie, poprzez zastosowanie jądra równania cieplnego na grupach unitarnych, budowany jest precyzyjny most pomiędzy kontrolą momentów (t -deseniami) a globalną geometrią przestrzeni kanałów unitarnych (ϵ -netami), co pozwala znacząco poprawić znane wcześniej zależności. Kulminacją tego programu jest praca poświęcona Quantum Circuit Overhead, w której wcześniejsze rezultaty zostają zsyntetyzowane w postaci praktycznych miar porównawczych, umożliwiających ocenę nieuniknionego narzutu długości obwodów, a także jego uogólnienie do realistycznych scenariuszy z nierównomiernym kosztem bramek (T-QCO).

Całość zaprezentowanych badań wyróżnia się wysokim stopniem zaawansowania metodologicznego: prace łączą analizę harmoniczną na grupach Liego, teorię reprezentacji, spektralne metody operatorowe oraz precyzyjne argumenty asymptotyczne, unikając jednocześnie heurystyk i niejawnych założeń algorytmicznych. W rezultacie cały cykl prac nie tylko pogłębia rozumienie relacji między mieszaniem, geometrią i złożonością obwodów, lecz także wyznacza trwałe punkty odniesienia dla dalszych badań nad skalowalnością architektur kwantowych.

Uwagi krytyczne. Choć przedstawiona rozprawa zawiera badania naukowe stojące na bardzo wysokim poziomie merytorycznym i metodologicznym, Autor nie ustrzegł się pewnych niezręczności prezentacyjnych, które przedstawiam poniżej. Pragnę podkreślić, że nie obniżają one w żaden sposób bardzo wysokich walorów naukowych przedstawionych badań.

- Motywacją pracy *Calculable lower bounds on the efficiency of universal sets of quantum gates* jest fakt, że znane twierdzenia będące uogólnieniami tw. Solovaya-Kitaeva pozwalają przełożyć informację o luce spektralnej na ograniczenia na długość obwodu. Jednak w samej pracy nie znajdziemy końcowej implikacji prowadzącej do praktycznego ograniczenia na efektywność aproksymacji obwodów kwantowych. Co więcej, autorzy w dowodach dolnych ograniczeń na lukę spektralną korzystają z argumentów (m.in. Bourgain'a), które wymagają znajomości górnych ograniczeń na średnicę grupy, a te są w praktyce dostarczane przez twierdzenie Solovaya-Kitaeva.

W efekcie, gdyby zamknąć pętlę rozumowania i użyć uzyskanych ograniczeń na luki spektralne do ponownej analizy ograniczeń na długości obwodu, otrzymane wykładniki logarytmiczne byłyby gorsze niż w klasycznym tw. Solovaya-Kitaeva. W krótkim komentarzu poprzedzającym prezentację artykułu w rozprawie (rozdział 3.1) Autor przyznaje *explicite*, że prezentowane wyniki nie są bezpośrednio stosowalne do analizy ograniczeń efektywności (*“One should clarify that the results presented in this paper are not directly applicable to the efficiency bounds”*). W samym artykule fakt ten jest jednak pozostawiony do wydedukowania dla uważnego czytelnika, a tytuł pracy może sugerować wniosek przeciwny.

- W pracy *Fundamental solutions of the heat equation on unitary groups establish an improved relation between ϵ -nets and approximate unitary t -designs*, w części poświęconej zastosowaniom w obliczeniach kwantowych (Application 1) autorzy wyprowadzają warunek o charakterze gwarantującym: od pewnej długości obwodu ℓ zbiór wszystkich obwodów tej długości musi tworzyć ϵ -net. Choć przedstawione w Application 1 nierówności (26)-(27) są formalnie poprawne i logicznie spójne z resztą pracy, ich sposób prezentacji może na pierwszy rzut oka wprowadzać w błąd co do charakteru uzyskanego ograniczenia. Zapis warunku w postaci nierówności typu $\ell \geq \text{RHS}(d, \epsilon, t)$ naturalnie sugeruje traktowanie go jako dolnego ograniczenia na długość obwodu, podczas gdy w istocie pełni on rolę warunku wystarczającego, gwarantującego, że dla takiej długości nośnik obwodów tworzy ϵ -net, a więc pośrednio dostarcza górnego oszacowania minimalnej wymaganej długości. Brak wyraźnego rozróżnienia pomiędzy „dolnym ograniczeniem na dowolny obwód” a „progiem, od którego własność pokrycia jest zapewniona” może utrudniać poprawną interpretację wyniku, zwłaszcza czytelnikom przyzwyczajonym do klasycznych twierdzeń typu Solovaya-Kitaeva, gdzie kierunek nierówności bezpośrednio odpowiada ograniczeniom algorytmicznym.

Sugestie odnośnie otwartych pytań i kontynuacji badań

- Interesującym kierunkiem kontynuacji zaprezentowanych badań, szczególnie w kontekście pracy *Calculable lower bounds on the efficiency of universal sets of quantum gates*, byłoby zbadanie, czy obecne podejście, oparte na lukach spektralnych operatorów uśredniających, można zaadaptować do sytuacji z jawnie narzuconymi warunkami lokalności, na przykład poprzez narzucenie struktury lokalnej na losowane bramki lub przez zdefiniowanie luk spektralnych zależnych od skali, działających na obserwablach lokalnych. Takie uogólnienia zapewne wymagałyby istotnie nowych pomysłów, ponieważ zastosowany formalizm operuje na globalnych grupach unitarnych i nie uwzględnia możliwości wyodrębnienia fizycznych podukładów.

Ocena końcowa i wnioski

Rozprawa doktorska magistra Oskara Szymona Słowika pt.: „*Spectral gaps, t-designs and ϵ -nets in quantum computing*” stanowi niezwykle wartościowe osiągnięcie naukowe Autora, dające istotny wkład w rozwiązanie istotnego i niezwykle trudnego metodologicznie problemu badawczego leżącego na pograniczu fizyki matematycznej i teorii obliczeń kwantowych jakim jest problem obliczalnych ograniczeń na efektywność uniwersalnych zbiorów bramek kwantowych.

Deklaracja wkładu Autora w trzy publikacje jasno pokazuje jego szeroki i dojrzały warsztat badawczy, obejmujący zarówno zaawansowane kompetencje analityczne, jak i praktyczne umiejętności obliczeniowe oraz redakcyjne. Autor odgrywał kluczową rolę we współtworzeniu koncepcji dowodów i samodzielnym opracowywaniu centralnych twierdzeń, co świadczy o głębokim opanowaniu narzędzi fizyki matematycznej i teorii operatorów. Równocześnie był odpowiedzialny za przeprowadzanie złożonych eksperymentów numerycznych, w tym obliczeń luk spektralnych na klastrach obliczeniowych, wymagających zarówno kompetencji programistycznych, jak i rozumienia subtelnych aspektów analizy spektralnej. Istotnym elementem jego wkładu było także redagowanie znacznych części – a w dwóch przypadkach praktycznie całości – tekstów publikacji, obejmujące zarówno główny wywód, jak i rozbudowane dodatki techniczne z wieloma lematami i dowodami. Całość tej deklaracji pokazuje, że Autor przedłożonej rozprawy jest badaczem o wszechstronnym profilu, potrafiącym łączyć abstrakcyjną analizę teoretyczną, obliczenia wielkoskalowe oraz klarowne i odpowiedzialne opracowanie wyników w formie publikacyjnej.

Uważam również, że wybrana hybrydowa forma rozprawy, łącząca elementy tradycyjnej rozprawy (bardzo obszerny wstęp prezentujący stosowany formalizm matematyczny, metodologię, oraz nakreślenie problemów badawczych) oraz zbioru jednolitych tematycznie publikacji jest w kontekście specyfiki prezentowanych

badania (niezwykle duża ilość szczegółów technicznych w dowodach, skomplikowana metodologia rozwiązań) trafna i adekwatna, spełnia również całkowicie wymogi stawiane rozprawie doktorskiej sformułowane w stosownej uchwale Rady Naukowej CFT PAN.

W związku z powyższym stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa spełnia wszystkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej do dalszej części postępowania.

Recenzowana rozprawa doktorska cechuje się ponadprzeciętnym poziomem doskonałości naukowej oraz wyjątkowo wysokim zaawansowaniem metodologicznym. Prace wchodzące w skład rozprawy tworzą spójny, konsekwentnie realizowany program badawczy, który w oryginalny sposób łączy głęboką analizę matematyczno-fizyczną (opartą na teorii reprezentacji, analizie spektralnej i narzędziach grup Liego) z precyzyjnie zaprojektowanymi eksperymentami numerycznymi oraz świadomą refleksją nad znaczeniem uzyskanych wyników dla współczesnej teorii obwodów kwantowych. Całość rozprawy wyraźnie wykracza poza standardowe wymagania stawiane pracom doktorskim, zarówno pod względem głębi teoretycznej, jak i dojrzałości metodologicznej. **Z powyższych względów wnoszę o wyróżnienie przedłożonej do recenzji rozprawy.**

dr hab. Marcin Markiewicz



Center for Theoretical Physics

Polish Academy of Sciences

Aleja Lotników 32/46, 02-668 Warsaw

Tel. (+48 22) 847 09 20, Fax/Tel: (+48 22) 843 13 69

E-mail: cft@cft.edu.pl, NIP: 525-000-92-81, REGON: 000844815

Konkluzja recenzji rozprawy doktorskiej
(Conclusion of dissertation review)

„Spectral gaps, t-designs and ϵ -nets in quantum computing”

Tytuł rozprawy (Dissertation title):

Oskar Słowik

Autor rozprawy (Author of the dissertation):

Pozytywna ocena (Positive conclusion):



Stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa spełnia wszystkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej do dalszych etapów postępowania doktorskiego, uwzględniając publiczną obronę.

(I conclude that the presented dissertation meets the formal and customary requirements for doctoral dissertations and I recommend its admission to subsequent stages of the procedure, including the public defense.)*



Ocena negatywna (negative conclusion)

Stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa nie spełnia wszystkich wymagań ustawowych i zwyczajowych stawianych rozprawom doktorskim i dlatego nie rekomenduję dopuszczenia jej do dalszych etapów postępowania doktorskiego.

(I conclude that the presented dissertation does not meet the formal and customary requirements for doctoral dissertations and therefore I do not recommend its admission to subsequent stages of the doctoral procedure.)*

Uzasadnienie powyższej oceny znajduje się w raporcie będącym załącznikiem 1.

(The justification of the above assessment can be found in the detailed report in the attachment 1.)

13/01/2026 *Monika Malczewska*

Data i podpis
(Date and signature)

Załącznik 1: Recenzja rozprawy doktorskiej

(Attachment 1: Review of the dissertation)

*Zaznacz ocenę (Please tick the box with your conclusion)