

Warszawa, 02.09.2025 r.

dr hab. Marcin Napiórkowski
Wydział Fizyki UW

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Macieja Marciniaka
"Super-Tonks-Girardeau effect in the low-dimensional Bose gases
with competing interactions"**

Wstęp

Rozprawa doktorska mgr. Macieja Marciniaka dotyczy efektu super-Tonksa-Girardeau w jednowymiarowych gazach bozonowych z konkurującymi oddziaływaniami. Autor analizuje, jak nagła zmiana oddziaływań z silnie odpychające na silnie przyciągające może prowadzić do powstawania silnie skorelowanych, metastabilnych stanów kwantowych o potencjalnie interesujących własnościach. Większość wyników użyta jest poprzez analizę numeryczną.

Praca oparta jest na dwóch powiązanych tematycznie artykułach. Pierwszy z nich opublikowany został w dobrze znanym czasopiśmie *Physical Review A*. Drugi z nich dostępny jest na arXiv w postaci preprintu. Obie te publikacje są wieloautorskie. Doktorat napisany jest w języku angielskim, liczy 118 stron i podzielony jest na 5 rozdziałów. Doktorant jest również współautorem dwóch innych, opublikowanych prac. Ich wyniki nie są jednak zawarte w omawianej rozprawie.

Omówienie pracy

Rozdział pierwszy pełni rolę wprowadzenia. Autor najpierw przedstawia historyczne tło badań nad fermionami i bozonami, podkreślając fundamentalne różnice wynikające z ich statystyki kwantowej i znaczenie tych różnic w fizyce wielu ciał. Następnie omawia rozwój podejść teoretycznych do jednowymiarowych układów bozonowych – od klasycznych prac Girardeau, przez rozwiązanie Lieb–Linigera, aż po odkrycie stanów super-Tonksa-Girardeau. Kolejna część dotyczy realizacji eksperymentalnych w układach ultrazimnych atomów w ograniczonych geometriach, ze szczególnym naciskiem na eksperymenty potwierdzające istnienie gazu super-TG. Rozdział kończy się uzasadnieniem motywacji pracy: potrzebą lepszego zrozumienia procesów powstawania i stabilności stanów wysoko wzbudzonych w gazach bozonowych, zwłaszcza w sytuacji konkurencji różnych rodzajów oddziaływań.

Drugi rozdział stanowi przegląd narzędzi teoretycznych i obliczeniowych wykorzystanych w dalszej części pracy. Autor przedstawia formalizm drugiej kwantyzacji, wprowadza bazę fal płaskich i opisuje konstruk-



UNIVERSITY
OF WARSAW

Faculty of Physics

cję macierzy hamiltonianu w przestrzeni Focka. Omawia też praktyczne aspekty diagonalizacji związane z użyciem algorytmu Lanczosa, wyjaśnia rolę obciążenia bazy i związanego z nim przybliżenia potencjału oddziaływania. Szczegółne miejsce zajmuje opis metody DMRG (Density Matrix Renormalization Group), w tym notacji diagramowej tensorów, formalizmu stanów i operatorów w postaci macierzy (MPS/MPO) oraz procedury iteracyjnej. Rozdział kończy się prezentacją funkcji korelacyjnych jako kluczowych obserwabli oraz wskazuje ograniczenia i zalety poszczególnych metod.

Rozdział trzeci poświęcony jest efektowi super-Tonksa-Girardeau w modelach z jednym rodzajem oddziaływań. Główne wyniki tego rozdziału zawarte są we wspomnianej na wstępie pracy, które na razie dostępna jest jedynie w formie preprintu. I tak w tym rozdziale autor przechodzi do analizy efektu sTG w najprostszych układach, tj. takich, w których cząstki oddziałują wyłącznie przez potencjały kontaktowe. Autor zaczyna od omówienia jedno- i kilkuczłowych problemów z potencjałem delta Diraca, wskazując na dualność stanów własnych w granicach nieskończonych sprzężeń oraz na rolę warunków brzegowych. Następnie wprowadza pojęcie procesu „pompowania” (pumping), który pozwala w kontrolowany sposób generować stany wysoko wzbudzone o cechach fermionowych. Szczegółowo omawia przypadki dwu- i trójcząstkowe, pokazując różnice między stanami samowiązanymi i nie-samowiązanymi. Kluczowa część rozdziału poświęcona jest modelowi Lieb–Linigera, gdzie analizowane są zmiany struktury wewnętrznej gazu podczas pompowania, rozkłady pędu oraz funkcje korelacji. Autor pokazuje, że niektóre stany idealnego gazu bozonowego mogą mieć identyczny rozkład pędu jak przeskalowany układ fermionowy, mimo wyraźnych różnic w korelacjach drugiego rzędu. Rozdział kończy podsumowanie, w którym podkreślono znaczenie metody pompowania jako narzędzia do realizacji metastabilnych stanów typu super-Tonksa-Girardeau.

Czwarty rozdział rozwija omawiane wcześniej zagadnienie, uwzględniając układy z konkurującymi oddziaływaniami: silnie odpychającymi kontaktowymi i nielokalnymi o charakterze przyciągającym. Omawiane w nim wyniki stanowią treść wspomnianej we wstępie publikacji z Phys. Rev. A. W części wstępnej rozdziału autor rozważa prosty model z potencjałem trzech delt, analizując warunki powstawania stanów związanych i krytyczne wartości współczynników potencjału. Omawia również przypadek „zaginionego” stanu związanego, który nie ma odpowiednika w postaci stanu super-TG. Następnie przechodzi do opisu tzw. zjawiska super-ewaporacji w układach dyskretnych, na przykładzie rozszerzonego modelu Bosego–Hubbarda. Autor przedstawia diagram fazowy oraz szczegółowo analizuje przypadki kilku- i wielociałowe, wykorzystując zarówno argumenty perturbacyjne, jak i przybliżenie gęstości lokalnej w granicy termodynamicznej. Kluczowe wyniki to m.in. wykazanie, że nie wszystkie stany samowiązane zachowują się stabilnie po quenchu do silnie przyciągających oddziaływań – część z nich rozpada się i nie prowadzi do powstania stanu super-TG. Z drugiej strony, dla odpowiednio silnych nielokalnych przyciągań system może pozostać stabilny, a w spektrum stanów pojawia się trwały stan super-Tonksa-Girardeau. Analiza numeryczna dynamiki pokazuje różne scenariusze ewolucji czasowej po quenchu: od stabilizacji, przez częściowe rozpadanie się stanów, aż po całkowitą dezintegrację struktur kropłowych. Rozdział ten stanowi najbardziej obfitującą w wyniki część pracy i pokazuje, że konkurencja oddziaływań istotnie poszerza



krajobraz możliwych faz i stanów metastabilnych w jednowymiarowych gazach bozonowych.

Ostatni, piąty rozdział zbiera i syntetyzuje główne wyniki pracy. Autor podkreśla, że efekt super-Tonksa-Girardeau można interpretować jako uogólnienie zjawiska fermionizacji, obejmujące także wysoko wzbudzone stany w układach z silnymi przyciąganiem. Pokazuje, że proces pompowania stanowi skuteczną metodę kontrolowanego generowania takich stanów w modelach jednowymiarowych, a włączenie oddziaływań nielokalnych prowadzi do odkrycia nowych klas stanów samowiązanych, z których część okazuje się nietrwała po gwałtownej zmianie charakteru oddziaływań. W części „outlook” autor wskazuje możliwe kierunki dalszych badań: rozszerzenie analiz na większe układy i bardziej realistyczne modele eksperymentalne, a także potencjalne wykorzystanie metastabilnych stanów super-TG w badaniach nad dynamiką poza równowagą oraz w projektowaniu nowych faz materii kwantowej.

Uwagi i opinia

Uważam, że omawiana praca doktorska stoi na dobrym poziomie. Cały projekt naukowy jest dobrze skonstruowany, zaś obie publikacje i zawarte w nich rezultaty stanowią spójną całość mającą na celu potwierdzenie hipotezy badawczej.

Na uznanie zasługuje wstęp, w którym temat rozprawy został klarownie osadzony w kontekście historycznym i naukowym. Dzięki temu praca zyskuje na przejrzystości i wartości dydaktycznej, co zostało dodatkowo wzmocnione umiejętnym wykorzystaniem prostych modeli jedno- i dwuciałowych do ilustracji rozważanych zjawisk.

Pomimo mojej pozytywnej opinii o uzyskanych wynikach, mam do samej pracy kilka zastrzeżeń o których chciałbym teraz wspomnieć. Część z nich zawierać będzie pytania do których - mam nadzieję - Doktorant będzie miał okazję ustosunkować się w czasie obrony.

1. Cały rozdział o drugiej kwantyzacji jest moim zdaniem niepotrzebny. Dla osób zajmujących się wielociałową mechaniką kwantową jest to wiedza podstawowa. Ciężko się spodziewać, że do doktoratu z tej tematyki zajrzy ktoś, kto nie słyszał wcześniej o operatorach kreacji i anihilacji. Co więcej, w moim mniemaniu sam schemat drugiej kwantyzacji jest wprowadzony dość zawile. Na przykład, w żadnym miejscu nie jest zdefiniowana przestrzeń Focka.
2. W rozdziale 2.2 opisany jest schemat DMRG. Schemat ten wymaga wyboru pewnego stanu początkowego tak, aby algorytm mógł zacząć funkcjonować. Jak wygląda dobór tego stanu w praktyce? Czy jest jakaś ogólna zasada, którą należy się kierować? Jaki stan początkowy został wybrany w przypadku konkretnego zastosowania w rozdziale czwartym?
3. Na rysunku 2.10 przedstawione są wyniki zastosowania DMRG do otrzymania stanu podstawowego dla pięciociałowego modelu Bosego-Hubbarda na sieci składającej się z 10 węzłów. Na rysunku c) przedstawiony jest przypadek w którym $\maxDim = \infty$ ($\maxDim$ odnosi się do bond dimension w



DMRG). Ile w praktyce wynosi ta nieskończoność?

4. W pracy jest kilka niespójności w definicji funkcji korelacji. Na przykład, w definicji $G_2(x, x')$ (wzór (2.30)) brakuje moim zdaniem czynnika $N(N-1)/2$. Podobnie rzecz ma się we wzorze (3.78), który definiuje $G_1(x, x')$ gdzie brakuje moim zdaniem czynnika N . Oczywiście można dane definicje przeskalować, ale moim zdaniem wprowadza to zamieszanie, gdyż $n(p)$ powinno zawsze być zdefiniowane tak, żeby $\sum_p n(p) = N$, co przy definicji (3.78) nie zachodzi. Być może Autor używa tutaj innych konwencji, ale wydaje mi się, że wymagałoby to komentarza. Zresztą, we wzorze (3.77) również jest błąd, gdyż prawa strona zależy od x' a lewa nie (prawa strona powinna mieć całkę po x' oraz odpowiednią normalizację typu $1/L$).
5. W rozdziale 3.1, podczas omawiania cząstki w potencjale delta Diraca, Autor używa dobrze znanych terminów w sytuacjach, które nie odpowiadają ich tradycyjnym znaczeniom. Na przykład, na dole strony 39. Autor używa terminu "pierwszy symetryczny stan wzbudzony". A przecież sam wcześniej zauważa, że cząstka w potencjale delta ma tylko jeden stan związany, a reszta to stany rozproszeniowe, których jest continuum. Czym jest zatem ten pierwszy stan wzbudzony?
6. W wielu miejscach (np. "by inspecting the structure it becomes evident" na stronie 45., "it can be simply proven" na stronie 64., "it can be shown" na stronie 72.) Autor używa stwierdzeń sugerujących poprawność pewnych zależności. Brakuje jednak formalnych dowodów lub obliczeń, które wspierałyby te twierdzenia. Jest to szczególnie uderzające, gdy zauważy się jak dużo miejsca Autor poświęca rachunkom znanym z pierwszego semestru mechaniki kwantowej (jak rozwiązanie cząstki w potencjale delta).
7. W kilku miejscach (np. wzór (3.52)) mamy do czynienia z sytuacją, w której pomimo wzięcia po lewej stronie granicy $g \rightarrow \infty$ prawa strona wyrażenia wciąż zależy od g . Domyślam się, że Autor miał na myśli asymptotyczne zachowanie w granicy dużych g . Obecna notacja jest jednak niepoprawna.
8. W wielu miejscach Autor powołuje się na bardzo konkretne analityczne wyrażenia bez wyprowadzania ich. W takiej sytuacji odnośniki do danych wzorów powinny być dokładniejsze (nie tylko odnośnik do pracy, lecz konkretny numer równania w cytowanej pracy). Jeszcze lepiej by było, gdyby te wyprowadzenia były w tym doktoracie powtórzone (być może bez wszystkich szczegółów, patrz moja wcześniejsza uwaga w punkcie 6.).
9. Na stronie 94., Autor definiuje $G_2(j, j')$ które teraz jest obiektem zależnym od czasu, czyli innym obiektem niż G_2 zdefiniowane wcześniej. Mogę się domyślać czym teraz ten obiekt ma być, niemniej wskazane by było jego jawne zdefiniowanie.
10. Czytając rozdział 4.2 odczuwam głęboki niedosyt. Jest to jedyny moment w pracy, w którym Autor wychodzi poza symulacje dla paru cząstek i proponuje analizę dla układów makroskopowych. Nawiasem mówiąc, warto tutaj podkreślić, że w cytowanym przez Autora pionierskim eksperymencie Hallera et al. z 2009 roku wykorzystano kondensat z 2×10^5 atomami cezu, co sugeruje, że granica makroskopowa jest tutaj jak najbardziej na miejscu. W tym kontekście rozczarowujące jest, że



UNIVERSITY
OF WARSAW

Faculty of Physics

Autor tak mało miejsca poświęcił wyprowadzeniu i omówieniu poprawności metod użytych w tym rozdziale: skąd się wziął efektywny hamiltonian (4.26) i związany z nim funkcjonal energii (4.27)? Co leży u podstawy local density approximation (LDA) i dlaczego metoda ta jest stosowalna dla badanego układu? Tutaj znów rzuca się w oczy brak równowagi między dokładnym omówieniem zagadnień prostych a właściwie brakiem komentarza przy używaniu trudnych i nieoczywistych metod, których zastosowanie było kluczowe w celu osiągnięcia szeregu wniosków.

11. Autor nie ustrzegł się błędów natury edytorskiej. Oprócz oczywistych literówek są też takie ciut bardziej uciążliwe, jak na przykład używanie różnych oznaczeń dla tej samej wielkości (np. N_s i M dla liczby oczek sieci) albo pojawianie się symboli, które wcześniej nie były zdefiniowane (np. r_i dla położenia cząstki we wzorze (4.21) skopiowanym z pracy).

Konkluzja

Powyższe uwagi nie wpływają na moją pozytywną ocenę omawianej pracy. Doktorant wykazał w niej, że dysponuje ogólną wiedzą teoretyczną wymaganą do otrzymania stopnia doktora w dyscyplinie nauki fizyczne. Zaprezentowane w rozprawie oryginalne rozwiązanie problemu badawczego pokazuje, że potrafi on samodzielnie prowadzić pracę naukową.

W związku z powyższym stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa mgr. Macieja Marciniaka pod tytułem "Super-Tonks-Girardeau effect in the low-dimensional Bose gases with competing interactions" spełnia wszystkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim, i wnoszę o dopuszczenie jej do dalszej części postępowania.

Podpisany elektronicznie przez
Marcin Napiórkowski; Uniwersytet Warszawski
02.09.2025
15:44:50 +02'00'

dr hab. Marcin Napiórkowski



Center for Theoretical Physics

Polish Academy of Sciences

Aleja Lotników 32/46, 02-668 Warsaw

Tel. (+48 22) 847 09 20, Fax/Tel: (+48 22) 843 13 69

E-mail: cft@cft.edu.pl, NIP: 525-000-92-81, REGON: 000844815

Konkluzja recenzji rozprawy doktorskiej
(Conclusion of dissertation review)

„Super-Tonks-Girardeau effect in the low-dimensional Bose gases with competing interactions”

Tytuł rozprawy (Dissertation title):

Maciej Marciniak

Autor rozprawy (Author of the dissertation):

Pozytywna ocena (Positive conclusion):



Stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa spełnia wszystkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej do dalszych etapów postępowania doktorskiego, uwzględniając publiczną obronę.

(I conclude that the presented dissertation meets the formal and customary requirements for doctoral dissertations and I recommend its admission to subsequent stages of the procedure, including the public defense.)*



Ocena negatywna (negative conclusion)

Stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa nie spełnia wszystkich wymagań ustawowych i zwyczajowych stawianych rozprawom doktorskim i dlatego nie rekomenduję dopuszczenia jej do dalszych etapów postępowania doktorskiego.

(I conclude that the presented dissertation does not meet the formal and customary requirements for doctoral dissertations and therefore I do not recommend its admission to subsequent stages of the doctoral procedure.)*

Uzasadnienie powyższej oceny znajduje się w raporcie będącym załącznikiem 1.

(The justification of the above assessment can be found in the detailed report in the attachment 1.)

Podpisany elektronicznie przez
Marcin Napiórkowski; Uniwersytet Warszawski
02.09.2025
15:46:54 +02'00'

Data i podpis
(Date and signature)

Załącznik 1: Recenzja rozprawy doktorskiej

(Attachment 1: Review of the dissertation)

*Zaznacz ocenę (Please tick the box with your conclusion)