

Matematyka w szkole

Gdy w latach 1956–1960 pobierałem naukę w warszawskim Liceum im. Tadeusza Reytana, moją wychowawczynią była jedna z najlepszych ówczesnych polonistek, prof. Stefania Sztaudyngerowa, która kilkunastoletniego, niesforne miłośnika jazzu i westernów potrafiła rozmiłować w paru tomach znienawidzonych *a priori* „lektur obowiązkowych”. Miała też ciekawe hobby: często „ścigała się” z nami w rozwiązywaniu zadań z matematyki. Szczególnie głęboko utkwiała mi w pamięci nasza próbna matura, gdy Pani Profesor nie ograniczyła się do nudnej roli biernego nadzorcy, lecz sama zabrała się do rozwiązywania zadań. Po skończonym egzaminie okazało się, że właśnie jej pomysł na rozwiązanie jednego z problemów dotyczących stereometrii był najbardziej oryginalny.

Co mi zostało w głowie z jedenastu lat spędzonych w szkolnej ławie? Opowieści o Grekach, Rzymianach i naszym średniowieczu (Bolesław Łysy zwany Rogatko, przegrywający w karty Ziemię Lubuską!), *Pan Tadeusz* i *Popioły*, zbudowanie i uruchomienie na lekcjach fizyki małej maszyny parowej. Ale przede wszystkim opowiadania o „idealnych obiektach geometrycznych” usłyszane w piątej czy szóstej klasie szkoły podstawowej. O tym, czym linia prosta rysowana nawet najlepiej zatemperowanym ołówkiem, przy najgładszej linijce, różni się od „prawdziwej” linii prostej, tej, o której naucza Euklides. I o dwóch prostych równoległych, które *nigdy* się nie spotkają. I o tym, czy można byłoby to sprawdzić, czy też trzeba temu wierzyć. I o tym, że zgodnie z prawem Pitagorasa, kąt prosty najłatwiej wyznaczyć tworząc trójkąt z linki składającej się z segmentów o długości równej 3, 4 i 5 dowolnych jednostek: np. łokci, sążni czy metrów. I, przypisywany również Pitagorasowi, dowód faktu, że nie istnieje taka jednostka długości, żeby i bok kwadratu i jego przekątna miały jednocześnie długość wyrażającą się całkowitą liczbą tych jednostek (czyli że pierwiastek z dwóch jest liczbą niewymierną). I że choć Archimedes *bardzo niedokładnie* znał wartość stosunku między obwodem koła a jego średnicą (nazwany w XVIII wieku „liczbą π ”), to jednak z *absolutną pewnością* wykazał, że pole powierzchni kuli wynosi $4\pi R^2$, jej objętość zaś: $\frac{4}{3} \pi R^3$, niezależnie od tego, jaką wartość liczby π nowożytni matematycy obliczają 17 wieków później. I o tym, jaki był status owej *absolutnej pewności* w czasach tamtej, trwającej 17 wieków *niepewności* co do prawdziwej wartości liczby π . Gdy dziś opowiadam o tych sprawach moim dorastającym wnukom, są równie zafascynowani podążaniem za myślą Pitagorasa czy Archimedesesa, jak ja byłem ponad 50 lat temu.

Nie czytałem nigdy „założeń programowych” ówczesnej szkoły, jednak mam wrażenie, że nauczanie matematyki było wtedy traktowane po prostu jako „kształcenie wyobraźni” oraz „szkoła poprawnego myślenia”. Podążając orlim tropem rozumowań Pitagorasa, Archimedesesa, Euklidesa czy też nowożytnych: Kopernika, Viety, Galileusza, Eulera, nauczyliśmy się przede wszystkim fascynacji pięknem Prawdy i wyrabialiśmy w sobie ten szczególnie zmysł powonienia, który pozwala na miłą odróżnić Ją od mętnej ideologii czy przyciężkawej pseudonauki. Rozpoczynając studia na Wydziale Matematyczno-Fizycznym Uniwersytetu Warszawskiego nie umiałem całkować ani różniczkować, nie wiedziałem nic o „Wielkim Wybuchu” ani o teorii mnogości, prawie nic o kwantach, ale w wielu sytuacjach życiowych umiałem zrozumieć „istotę rzeczy”, na tej podstawie utworzyć sobie prosty model napotkanego zjawiska i dzięki temu wybrać sensowny sposób postępowania.

Potem przyszły czasy „nowej matematyki”, czy też „matematyki wyższej” i tamte naiwne poglądy zaczęto uważać za przestarzałe – nieadekwatne do „nowego, wspaniałego świata”, jaki rzekomo nastał po sputnikach i lądowaniu Człowieka na księżycu. Centrum przemian cywilizacyjnych w tej dziedzinie znajdowało się wówczas we Francji. Tak się złożyło, że jako

młody fizyk teoretyczny miałem wiele osobistych kontaktów z profesorem André Lichnerowiczem, wielkim francuskim matematykiem i fizykiem teoretycznym (skądinąd dalekim potomkiem powstańca styczniowego). W latach 30. zadziwił on samego Einsteina wnikliwą analizą struktury matematycznej jego Ogólnej Teorii Względności, w latach 70. zaś – dzięki wieloletniej przyjaźni z prezydentem Pompidou – patronował wprowadzaniu tej „mathématiques nouvelle” do francuskiej szkoły. Podobnie jak wielu matematyków w tamtym czasie (koledzy, wybaczcie mi to okropne kalanie własnego gniazda!), również i ja byłem zarażony „Bourbaki-stowskim”¹ punktem widzenia, polegającym na algebraizacji i formalizacji całej matematyki, przy jednoczesnym eliminowaniu prostej, geometrycznej intuicji czy znienawidzonej tabliczki mnożenia, jako niegodnych nowoczesnego umysłu. Dlatego tamte – dziś widzę jak bardzo szkodliwe – zmiany witałem z nadzieją. Dziś bliższy jest mi pogląd wielkiego matematyka rosyjskiego, Władimira I. Arnolda, który w 1997 roku, swoje słynne wystąpienie na kongresie poświęconym nauczaniu matematyki rozpoczął od słów:

Matematyka jest częścią fizyki. Fizyka jest nauką doświadczalną, jedną z nauk przyrodniczych. Matematyka jest tą dziedziną fizyki, gdzie eksperymenty są najtańsze.

Eliminacja tych najtańszych, bo przecież tylko „myślowych”, eksperymentów w nauczaniu matematyki na rzecz „matematyki scholastycznej”, jak ją złośliwie nazwał Arnold, bardzo niefortunnie zbiegła się z katastrofalnymi tendencjami w myśleniu o naukach przyrodniczych, a sprowadzającymi się (może jestem zbyt złośliwy, ale posłużę się uproszczeniem dla lepszej ilustracji moich poglądów) do wyliczanki „trudnych wyrazów”, jakich „nie może przecież nie znać człowiek ze średnim wykształceniem”. Uczestniczyłem kilka razy w posiedzeniach dostojnych i bardzo reprezentatywnych ciał, powołanych do reformy programu szkolnego. Każde środowisko, każde województwo ba, nawet każda generacja wiekowa, miały tam swojego przedstawiciela, niezwykle kompetentnego! Uważał on, że jego zadaniem cywilizacyjnym jest dorzucenie do tego ogromnego wora, w jaki przeistaczał się tworzony właśnie Program Nauczania, jeszcze jednego (okropnie ważnego!) „trudnego wyrazu”. Pamiętam entuzjazm niektórych moich kolegów po fachu: cieszyli się, że z lekcji fizyki usuniemy wreszcie te wszystkie przestarzałe równie pochyłe i wahadła, a wprowadzimy nowoczesne lasery i synchrotrony. Bardzo szybko zrezygnowałem z udziału w tej szkodliwej twórczości. Ale nigdy nie zapomnę, że na własne oczy widziałem, jak powstawało to obecne *pandemonium*, gdzie sąsiadują ze sobą orbite, genotypy, kwarki, synchrociklotrony czy ciemne materie. Jego (tego *pandemonium*!) wieloletnie oddziaływanie na zbiorową wyobraźnię kilku już generacji zaowocowało w kulturze masowej takim właśnie obrazem „wykształcenia matematyczno-przyrodniczego”: jest to nauka trudnych wyrazów, niezwykle przydatna do rozwiązywania krzyżówek i wygrywania teleturniejów, ale zupełnie odizolowana od codziennego życia: ktoś bowiem spotyka na co dzień synchrociklotron! Tutaj, w codziennym życiu, można zapomnieć o całym tym zbędnym balaście wyniesionym ze szkoły i zająć się tym, co najważniejsze i najprzyjemniejsze: nieobowiązującą, nie poddaną żadnym regułom sensu i logiki, paplaniną. Że tak właśnie jest, dowodzi ubolewania godna dyskusja o błędach w sformułowaniu pytań na ostatniej maturze. Dziennikarze wszystkich możliwych opcji rozpalali do czerwoności nastroje publiczności problemem czy jakaś postać literacka spała czy tylko marzyła, natomiast fundamentalne błędy w zadaniach z matematyki czy fizyki zgodnie uznali za sprawę trzeciorzędną. Albo słynna uchwała Sejmu Najjaśniejszej

¹ Nicolas Bourbaki – pseudonim grupy francuskich matematyków, którzy od roku 1935 publikowali wiele prac pod tym pseudonimem, wzbudzając w środowisku matematyków podziw dla talentu tajemniczego Nicolasa Bourbakiego.

Rzeczpospolitej sprzed kilkunastu już lat, z której wynika, że w trzyosobowym kolegium dwóch jego członków *nie stanowi* większości, bo większość została zdefiniowana jako „co najmniej połowa plus jeden”!

I tak matematyka, która pół wieku temu, w oczach sędziwej polonistki była arcyważnym elementem kultury, niezbędnym składnikiem powszechnego (a więc i jej własnego) wykształcenia, w oczach współczesnej nam pani doktor matematyki, i to sprawującej niedawno funkcję Ministra Edukacji, stała się niepotrzebnym obciążeniem przeładowanych programów szkolnych (czy pamiętacie państwo jej słynną wypowiedź o „katowaniu tak zwanych humanistów matematyką”?).

Każdy organizm stara się eliminować zbędne obciążenia. Również organizm pod nazwą „system edukacyjny”. Ten organizm żyje nie z nauki poprawnego myślenia, lecz z włączania w głowy uczniów pewnej liczby nazw, których znajomość można sprawdzić przy pomocy prostego testu, w którym należy zakreślić odpowiedni kwadracik standardowego formularza. Wyniki egzaminu sprawdza prosty czytnik optyczny podłączony do komputera, bezbłędnie porównujący zakreślone kwadraciki z ustalonym w Ministerstwie wzorem. Rola składnika ludzkiego komisji egzaminacyjnej sprowadza się do naciśnięcia klawisza ENTER.

I proszę mi nie mówić, że przecież ciągle pozostało w programie szkolnym немало godzin na matematykę i (ciągle jeszcze) trochę na fizykę i chemię! Mentalnie, przedmioty te, rozumiane jako nauka o Pięknie i Prawdzie, zostały już *wyeliminowane*. Owszem, dla kilku hobbystów, którzy zamierzają studiować te właśnie nauki, czy też ich politechniczne aplikacje, współczesna szkoła oferuje krótki kurs zapamiętywania najważniejszych wzorów, niezbędnych do zdania odpowiednich egzaminów. Ale „zdrowa większość”, przygotowująca się do studiów na licznych Wydziałach Zarządzania Zasobami Ludzkimi, wspaniałomyślnie zwolniona z obowiązku zdawania matury z matematyki, nigdy o możliwości zachwytu z powodu zrozumienia np. prostego rozumowania Pitagorasa nie usłyszy. A mnie się wydaje, że głównym celem nauczania matematyki powinno być właśnie udostępnienie uczniom współudziału w tym czystym zachwycie. Jasne, że nie może to być cel jedyny, że trzeba uwzględnić niezbędne w praktyce umiejętności arytmetyczne i geometryczne. Ale gdyby zebrać kilku ludzi inteligentnych, nieobciążonych tendencją do lobbowania na rzecz jakiegokolwiek grupy interesów (takich ludzi, jak moja nieodżałowanej pamięci Polonistka, czy jej rówieśnik i kolega, nasz nauczyciel matematyki, a przy tym znawca i miłośnik poezji francuskiej, prof. Stefan Kozicki), to sensowne założenia programowe nauczania matematyki czy fizyki w szkole mogłyby powstać zapewne w pół dnia.

Na razie mamy jednak taką sytuację, że „dowody twierdzeń” – czyli po prostu: nauka rozumowania według Archimedesusa czy Euklidesa, przedstawiająca wzorce *poprawnego wnioskowania*, a więc kamienie milowe na drodze rozwoju myśli ludzkiej – zostały usunięte z programu jako mało praktyczne i zbyt skomplikowane! I nie ma się co potem dziwić, że *wnioskowania*, na jakich oparta jest współczesna debata publiczna, tak bardzo odstają od tamtych wzorców. Albo, że w rosnących jak grzyby po deszczu, podwarszawskich osiedlach nie spotkamy domu, który by miał kąty proste. (Bardzo sugestywnie śpiewał o tym przedwcześnie zmarły Jan Kaczmarek w znakomitej piosence: „tutaj się chlapnie gipsem czy wapnem, ... pi razy drzwi...”.) Natomiast to, co najbardziej kole w oczy gdy się ogląda jońskie wykopaliska sprzed dwu i pół tysiąca lat na odludnych wysepkach morza Egejskiego, to właśnie doskonałe kąty proste!

A gdy zapytać wystraszonego studenta czy studentkę, który zapomniał na egzaminie, że do obliczenia prędkości należy *drogę* podzielić przez *czas* a nie odwrotnie, czy nie pomyślał sobie, że im dłuższy czas podróży, tym chyba powolniejszy był pojazd, więc jednak należy zapewne dzielić przez ten czas, a nie mnożyć, to okaże się, że o „wzorach”, których (niestety!) uczono na pamięć, dziecko to myśli w kategoriach mniej lub bardziej rozbudowanych znaków graficznych, a nie skrótów mnemotechnicznych, pozwalających symbolicznie zapisać proste rozumowanie. Kontynuując tę rozmowę zazwyczaj otrzymamy taki oto obraz szkoły: W pierwszej klasie liceum było trochę matematyki, ale tylko na jesieni, bo potem Pani poszła na macierzyński przedłużony wychowawczym. Na wiosnę przyszedł ktoś na zastępstwo, ale w nowym roku szkolnym już się nie pojawił. No a w klasie maturalnej to już trzeba było zająć się sprawami najpoważniejszymi, czyli przygotowaniem prezentacji komputerowej.

Kilka dni temu uczestniczyłem w podniosłej uroczystości nadania doktoratu honoris causa arcybiskupowi Robertowi Zollitschowi z Fryburga. Z jego wykładu, wygłoszonego z tej okazji, utkwiła mi w głowie taka myśl:

Identyfikacja naszych europejskich korzeni opiera się o cztery wzgórza: Areopag w Atenach, Kapitol w Rzymie, Synaj i wzgórze Kalwarii w Jerozolimie.

Spuściznę Kapitolu i Synaju (czyli prawo, nakazy i zakazy) z lepszym lub gorszym skutkiem, jakoś tam podtrzymujemy. O spuściznie Kalwarii (czyli o miłości bliźniego) nie wspomnę w tym wystąpieniu, bo po co mam się jeszcze bardziej denerwować. Natomiast spuściznę Aten właśnie odkładamy do lamusa.

Żeby nie kończyć narzekaniem: na dłuższą metę jestem optymistą. Nie ulega wątpliwości, że w obliczu katastrofy będziemy musieli przerwać to nasze ukochane paplanie o niczym i reaktywować w naszych szkołach naukę „o rzeczach prawdziwych a prostych”. Nie ulega wątpliwości, że czeka nas wtedy powrót obowiązkowej matury z matematyki, ale matematyki traktowanej raczej jako „humanistyczna nauka o myśleniu”, niż jako zestaw skomplikowanych formułek. Pytanie tylko, jak nisko musimy jeszcze upaść, żeby ta konieczność przedostała się do świadomości tzw. szerokiej publiczności? Czy będziemy wtedy jeszcze dostatecznie zamożni, by z bogatej Kirgizji czy kwitnącego Uzbekistanu sprowadzić odpowiednich fachowców (na francuskich zapewne nie będzie nas stać!), którzy zbudują nam energetykę jądrową, byśmy mieli czym w zimie ogrzać nasze mieszkania? Ostatni polscy specjaliści od tych spraw właśnie przeszli na emeryturę i zajmują się ogródkiem i wnukami. Kiedyś mieliśmy ich wielu i to bardzo wybitnych.

Jerzy Kijowski

(Artykuł w czasopiśmie *Nowa Polszczyzna*, 1 (55), rok 2008, str. 27 – 30)