

Warszawa, 13.06.2024 r.

dr hab. Marcin Napiórkowski
Wydział Fizyki UW

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr. Jakuba Kopycińskiego
”Low-dimensional Bose gases with competing interactions:
Non-linear effects in beyond-mean-field frameworks”

Wstęp

Rozprawa doktorska mgr. Jakuba Kopycińskiego dotyczy analizy istnienia solitonów i kropeł kwantowych w jednowymiarowych układach oddziałujących bozonów. Głównym narzędziem, którym posługuje się doktorant jest uogólnione równanie Grossa-Pitaevskiego, a właściwie jego różne - w zależności od specyfiki badanego układu - wersje. Większość wyników uzyskana jest poprzez analizę numeryczną, choć zdarzają się również rachunki analityczne.

Praca oparta jest na czterech powiązanych tematycznie artykułach opublikowanych w renomowanych czasopismach: *SciPost Physics*, *Physical Review Letters*, *Physical Review Research* oraz *Journal of Physics B*. Wszystkie te publikacje są wieloautorskie, zaś te same cztery osoby są autorami trzech z nich.

Doktorat napisany jest w języku angielskim, liczy 111 stron i podzielony jest na dwie części. Część pierwsza, składająca się z 6. rozdziałów, zawiera wprowadzenie do tematyki oraz omówienie wyników zawartych w artykułach będących podstawą doktoratu. Drugą część stanowią załączone oryginalne publikacje.

Omówienie pracy

Rozdział pierwszy zawiera bardzo zwięzłe wprowadzenie do tematyki solitonów w układach oddziałujących bozonów. W szczególności, autor stara się uzasadnić dlaczego to układy z oddziaływaniami o zmiennym charakterze (zarówno przyciągającym jak i odpychającym) mogą być interesujące z punktu widzenia badania istnienia (a potem być może również obserwacji) tzw. ciemnych solitonów. Pod koniec rozdziału omówiona zostaje również pokrótce kwestia powstawania kropeł kwantowych w takich układach oraz wpływu ich obecności na możliwość współistnienia solitonów.

Rozdział drugi poświęcony jest przypomnieniu zupełnie podstawowych informacji o zjawisku kondensacji Bosego-Einsteina. Skrótowo opisano również jak kondensaty realizuje się w laboratoriach oraz wspomniano o zjawisku nadciekłości.



UNIVERSITY
OF WARSAW

Faculty of Physics

Istotnym fragmentem pracy doktorskiej są rozdziały trzeci i czwarty. W pierwszym z nich autor omawia i wyprowadza podstawowe narzędzia i wzory, których używał w swoich badaniach. I tak, na początku dowiadujemy się jak model Lieba-Linigera (dalej LL) pojawia się jako efektywna teoria w przypadku trójwymiarowego gazu w zewnętrznym potencjale wyróżniającym jeden kierunek. Następnie omówione zostało pokrótce wyprowadzenie równania Grossa-Pitaevskiego (dalej GP) oraz jego uogólnienie polegające na zastąpieniu w równaniu członu oddziałującego przez pewien ogólny funkcjonal gęstości energii. Przywołane są różne konkretne realizacje tego uogólnienia dla różnych układów, z których kluczowa jest ta związana ze wspomnianym modelem LL i jego rozwinięciem asymptotycznym energii (w granicach słabego i silnego sprzężenia). Następnie, poprzez linearyzację równania GP, wprowadzone zostają elementy teorii Bogoliubowa prowadzące do analizy związku dyspersyjnego wzbudzeń oraz poprawki Lee-Huang-Yanga do energii stanu podstawowego. Dalsze części trzeciego rozdziału poświęcone są podobnej analizie jak ta wspomniana powyżej, ale w odniesieniu do innych układów fizycznych. Najpierw uogólnienie teorii GP przeprowadzone jest dla układu mieszaniny gazów bozonów, w których atomy różnego typu się przyciągają, zaś atomy tego samego typu się odpychają. Następnie teoria rozwinięta jest dla gazów dipolowych, w których oddziaływanie ma część zarówno odpychającą jak i przyciągającą.

W rozdziale czwartym pojawia się dyskusja istnienia solitonów w ramach przedstawionej w trzecim rozdziale teorii. W tym celu autor postuluje rozwiązanie w postaci biegnącej fali o ustalonym profilu, a następnie przechodząc współrzędnych biegunowych przepisuje uogólnione równanie GP w obrazie hydrodynamicznym. Prowadzi to do równań na kształt (a właściwie gęstość) potencjalnego solitonu. Ostatni fragment czwartego rozdziału poświęcony jest na analizę związku dyspersyjnego solitonów oraz przywołanie znanych wyników na gęstość i fazę solitonu w gazie słabo oddziałujących bozonów w ramach przybliżenia GP.

Rozdział piąty zawiera bardzo skrótowe i ogólnikowe omówienie pojęcia kropel kwantowych.

Tym sposobem docieramy do rozdziału szóstego, w którym pokrótce przedstawione zostały główne wyniki prac stanowiących podstawę doktoratu. I tak, w pierwszej publikacji dokonywana jest (numeryczna) analiza porównawcza wyników otrzymanych dla uogólnionego równania GP ze standardowym równaniem GP, jak również z dostępnymi (za sprawą całkowalności modelu LL) wynikami dla pełnego problemu wielociałowego. Prezentowane wyniki pokazują, że uogólnione równanie GP daje oczekiwane wyniki w granicy słabego sprzężenia, a w kontekście niektórych wielkości nawet w granicy silnego oddziaływania. Co do istnienia solitonów - będących głównym tematem omawianego doktoratu - w przybliżeniu uogólnionego równania GP autorzy nie byli w stanie dojść do jednoznacznych wniosków. W drugiej publikacji analizowany jest gaz jednoskładnikowy, w którym obecne są oddziaływania dipolowe. Przy użyciu metod opisanych w czwartym rozdziale pokazane jest, że konkurencja między przyciągającymi i odpychającymi częściami oddziaływania prowadzi do powstawania ciemnych solitonów. W trzeciej publikacji analizie poddany jest gaz dwuskładnikowy. Autorzy konstruują dla niego uogólnione równanie GP dla mieszanin w którym człon funkcjonału gęstości ma charakter numeryczny, a dane do jego konstrukcji pochodzą z symulacji Monte Carlo. Tak skonstruowany model poddany jest dalszej analizie numerycznej z której



UNIVERSITY
OF WARSAW

Faculty of Physics

wynika, że w danym modelu występują solitony. W czwartej pracy znów rozważany jest gaz będący mieszaniną. Tym razem autorzy skupiają się na reżimie słabych oddziaływań, a co za tym idzie ograniczają się do badania szczególnego przypadku uogólnionego równania GP, które pozwala na częściową analizę analityczną. W szczególności, pokazano występowanie rozwiązań solitonowych, a dokładniej dwóch ich rodzajów o odmiennych własnościach.

Uwagi i opinia

Uważam, że omawiana praca doktorska stoi na wysokim poziomie. Cały projekt naukowy jest dobrze skonstruowany, zaś kolejne publikacje i zawarte w nich rezultaty stanowią spójną całość mającą na celu potwierdzenie hipotezy badawczej.

Najciekawszą częścią rozprawy jest dla mnie ta dotycząca dipolowego gazu bozonów. Zawiera ona sporą dawkę przekształceń matematycznych, które prowadzą do konkretnych wyrażeń - taki sposób uprawiania fizyki jest mi zdecydowanie najbliższy. Wydaje się, że moja opinia nie jest odosobniona, gdyż praca ukazała się w *Physical Review Letters*.

Pomimo mojej pozytywnej opinii o uzyskanych wynikach, mam do samej pracy kilka zastrzeżeń o których chciałbym teraz wspomnieć.

- Centralnym obiektem całej rozprawy jest soliton. Precyzyjne, matematyczne zdefiniowanie czym jest soliton nie jest takie proste, szczególnie w ogólnym przypadku. Dlatego, jak sądzę, doktorant postanowił w pierwszym rozdziale powiedzieć o solitonach bardzo ogólnie, bez żadnych wzorów. Tymczasem w kontekście równania Grossa-Pitaevskiego ("zwykłego" bez rywalizujących oddziaływań, w jednym wymiarze) można dość łatwo wyprowadzić rozwiązania solitonowe i na ich przykładzie omówić czym są solitony i dlaczego interesują nas takie czy inne wielkości. Zresztą jedno z takich rozwiązań pojawia się dość niespodziewanie w (51a). Takiej bardziej rozbudowanej analizy już na wstępie rozprawy bardzo mi brakuje.
- Na podobnej zasadzie brakuje mi bardziej precyzyjnej, ilościowej dyskusji czym jest kropla kwantowa.
- Badanie istnienia solitonów w jednowymiarowych gazach kwantowych ma swoją raczej bogatą historię. I o ile liczba pozycji w bibliografii jest duża, o tyle zdecydowanie brakuje mi w początkowej części rozprawy dyskusji o tym co i kto zrobił, co wiemy, a czego nie wiemy i co jest naszym celem (nie tylko w kontekście samego doktoratu - tutaj cel został dość dobrze sformułowany - ale też całej społeczności zajmującej się tym tematem).
- Wprowadzenie do tematyki kondensacji Bosego-Einsteina w takiej formie jak ma to miejsce w drugim rozdziale wydaje mi się niepotrzebne. Wszystkie uzyskane wyniki otrzymane są w formalizmie zerowej temperatury na podstawie rozważań energetycznych. Stosunkowo (szczególnie w kontekście



moich wcześniejszych uwag o tym, czego moim zdaniem brakuje) duża objętość poświęcona tematu BEC sugeruje, że własności kondensatów w dodatniej temperaturze będą odgrywały istotną rolę w dalszej części pracy.

- Wiele rezultatów uzyskanych w ramach omawianego doktoratu opiera się na analizie numerycznej. W związku z tym brakuje mi krótkiego rozdziału w którym opisane zostałyby podstawowe założenie schematów numerycznych wykorzystywanych przez doktoranta.
- Analiza gazu dwuskładnikowego opiera się na (dość mocnym na pierwszy rzut oka) założeniu, że $\rho_{\downarrow}/\rho_{\uparrow} = \sqrt{g_{\uparrow\uparrow}/g_{\downarrow\downarrow}}$ (notabene, notacja $\rho_{\uparrow/\downarrow}$ nie została zdefiniowana), które nie zostało przy jego sformułowaniu w żaden sposób skomentowane (by je zrozumieć musiałem zajrzeć do oryginalnej pracy Petrova, która - i tutaj nawiązuję do mojej wcześniejszej uwagi - wydaje się być w tej dziedzinie kluczowa). Drugim założeniem, które nie zostało skomentowane jest przyjęcie, że $g_{\uparrow\uparrow} = g_{\downarrow\downarrow}$. Czego można się spodziewać jeśli to założenie odrzucimy? Czy analiza tych samych zagadnień w ramach układu równań Gross-Pitaevskiego (25) byłaby numerycznie o wiele trudniejsza? Być może istnieje krytyczna wartość ilorazu $g_{\uparrow\uparrow}/g_{\downarrow\downarrow}$ dla której nastąpi zmiana własności układu?
- Na poziomie redakcyjnym znalazłem kilka błędów. I tak w równaniu (24) argumentem funkcji falowej powinno być $x_{i\sigma}$ a nie x_i^{σ} ; w równaniu (25) argumentu funkcji falowych są wszędzie x a powinny być różne w zależności od $\uparrow/\downarrow$; normalizacja w (24) jest niespójna z normalizacją w (13); w równaniu (43) w trzecim wyrazie po lewej stronie ρ w mianowniku powinno mieć potęgę $3/2$; w równaniu (45) brakuje drugiej potęgi przy $\hbar$.

Konkluzja

Powyższe uwagi nie wpływają na moją pozytywną ocenę omawianej pracy. Doktorant wykazał w niej, że dysponuje ogólną wiedzą teoretyczną wymaganą do otrzymania stopnia doktora w dyscyplinie nauki fizyczne. Zaprezentowane w rozprawie oryginalne rozwiązanie problemu badawczego pokazuje, że potrafi on samodzielnie prowadzić pracę naukową.

W związku z powyższym stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa mgr. Jakuba Kopycińskiego pod tytułem "Low-dimensional Bose gases with competing interactions: Non-linear effects in beyond-mean-field frameworks" spełnia wszystkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim, i wnoszę o dopuszczenie jej do dalszej części postępowania.

Podpisany elektronicznie przez
Marcin Napiórkowski; Uniwersytet Warszawski
13.06.2024
20:03:01 +02'00'

dr hab. Marcin Napiórkowski



Center for Theoretical Physics

Polish Academy of Sciences

Aleja Lotników 32/46, 02-668 Warsaw

Tel. (+48 22) 847 09 20, Fax/Tel: (+48 22) 843 13 69

E-mail: cft@cft.edu.pl, NIP: 525-000-92-81, REGON: 000844815

Konkluzja recenzji rozprawy doktorskiej
(Conclusion of dissertation review)

Low-dimensional Bose gases with competing interactions:
Non-linear effects in beyond-mean-field frameworks

Tytuł rozprawy (Dissertation title):
.....

Jakub Kopyciński

Autor rozprawy (Author of the dissertation):
.....

Podpisany elektronicznie przez
Marcin Napichkowski, Uniwersytet Warszawski
13.06.2024
20.02.32 +02'00'

Pozytywna ocena (Positive conclusion):



Stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa spełnia wszystkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej do dalszych etapów postępowania doktorskiego, uwzględniając publiczną obronę.

(I conclude that the presented dissertation meets the formal and customary requirements for doctoral dissertations and I recommend its admission to subsequent stages of the procedure, including the public defense.)*



Ocena negatywna (negative conclusion)

Stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa nie spełnia wszystkich wymagań ustawowych i zwyczajowych stawianych rozprawom doktorskim i dlatego nie rekomenduję dopuszczenia jej do dalszych etapów postępowania doktorskiego.

(I conclude that the presented dissertation does not meet the formal and customary requirements for doctoral dissertations and therefore I do not recommend its admission to subsequent stages of the doctoral procedure.)*

Uzasadnienie powyższej oceny znajduje się w raporcie będącym załącznikiem 1.

(The justification of the above assessment can be found in the detailed report in the attachment 1.)

.....
Data i podpis
(Date and signature)

Załącznik 1: Recenzja rozprawy doktorskiej

(Attachment 1: Review of the dissertation)

*Zaznacz ocenę (Please tick the box with your conclusion)