



UNIwersytet Mikołaja Kopernika Instytut Fizyki

ul. Grudziądzka 5/7 87-100 TORUŃ

<http://www.fizyka.umk.pl/>

Tel. centr. (48 56) 611 33 10
Sekretariat: (48 56) 622 63 70

Fax (48 56) 622 53 97
e-mail: ifiz@fizyka.umk.pl



Prof. dr hab. Dariusz Chruściński
Instytut Fizyki UMK

Toruń, 14.07.2023

Recenzja pracy doktorskiej mgra Jana Głowackiego

„Operational Quantum Frames An operational approach to quantum reference frames”

Motywytem przewodnim rozprawy doktorskiej mgra Jana Głowackiego jest konsystentne wprowadzenie do formalizmu mechaniki kwantowej układu odniesienia (quantum reference frame). W teorii klasycznej wprowadzenie układu odniesienia jest naturalne i intuicyjne. W naturalny sposób posługujemy się współrzędnymi zdefiniowanymi zawsze względem pewnego układu odniesienia. Co więcej, położenie danego układu względem układu odniesienia jest translacyjnie niezmiennicze, co jest podstawą teorii względności Galileusza a później teorii szczególnej teorii względności, która zamienia grupę Galileusza przez grupę Poincaré. Dotyczy to nie tylko współrzędnych położenia obiektu w mechanice, ale większości wielkości używanych do opisu kinematyki i dynamiki układów fizycznych. W mechanice kwantowej podając stan układu reprezentowany przez funkcję falową w reprezentacji położeniowej również położenie definiowane jest względem (na ogół Kartezjańskiego) układu współrzędnych. Istnieje jednak wiele sytuacji gdzie pojęcie układu odniesienia jest dużo bardziej subtelne. Jako przykład można podać synchronizację odległych zegarów czy też uzgadnianie odległych układów kartezjańskich. Dynamiczny rozwój kwantowej teorii informacji, a w szczególności przetwarzanie i przesyłanie informacji kwantowej wymaga dużo bardziej subtelnego podejścia. Typowy eksperyment w scenariuszu Bella zakłada dwóch (lub więcej) odległych obserwatorów, którzy nie muszą posługiwać się uzgodnionymi układami Kartezjańskimi. Uzgodnienie wymaga przesłanie między nimi układu fizycznego, w którym zakodowana jest informacja (kwantowa) pozwalająca na takie uzgodnienie. Brak uzgodnienia całkowicie zmienia opis dostępnych stanów czy też korelacji. Nie ulega wątpliwości, że zagadnienia analizowane przez doktoranta są ważne zarówno dla w pełni konsystentnego opisu teoretycznego jak i konkretnych zastosowań kwantowej teorii informacji w nowoczesnych technologiach kwantowych.

Praca doktorska mgra Głowackiego składa się z sześciu rozdziałów i technicznego dodatku. Dobrze napisany wstęp (Rozdział 1) zawiera wprowadzenie do tematyki i motywację badań. Rozdział 2 wprowadza podstawowe pojęcia i obiekty matematyczne używane w dalszej części rozprawy. Autor wprowadza ważne pojęcie operacyjnej równoważności (Definicja 2.1): jeśli dysponujemy jedynie podzbiorem obserwabli, to dwa stany są *operacyjne równoważne* jeśli dają ten sam rezultat (wartość oczekiwaną) na dostępnym zbiorze obserwabli. Odpowiednia przestrzeń ilorazowa względem powyższej relacji równoważności okazuje się być przestrzenią Banacha. Kolejnym ważnym elementem analizy jest pojęcie kowariantnych dodatnich miar operatorowych (Positive Operator-Valued Measure – POVM)



UNIwersytet Mikołaja Kopernika Instytut Fizyki

ul. Grudziądzka 5/7 87-100 TORUŃ

<http://www.fizyka.umk.pl/>

Tel. centr. (48 56) 611 33 10

Sekretariat: (48 56) 622 63 70

Fax (48 56) 622 53 97

e-mail: ifiz@fizyka.umk.pl



(względem odpowiedniej grupy) – Definicja 2.2.1 oraz pojęcie lokalizowalnego POVM – Definicja 2.3.1, które uogólnia pojęcie pomiaru projektywnego.

Rozdział 3 „*Relational Quantum Kinematics*” analizuje kinematykę układu kwantowego względem ustalonego układu odniesienia. W tym celu autor wprowadza dodatkowy układ kwantowy (reference system) R i rozważa układ złożony $R + S$ zdefiniowany na przestrzeni Hilberta $H_R \otimes H_S$. Kluczowym elementem konstrukcji jest wybór grupy symetrii G oraz unitarnej reprezentacji $U_{RS} = U_R \otimes U_S$. Pozwala to zdefiniować klasę pomiarów niezmienniczych względem działania G oraz odpowiednią klasę stanów operacyjnie równoważnych. Punktem kulminacyjnym tego rozdziału jest Definicja 3.2.1 według której kwantowy układ odniesienia to kowariantny (względem wybranej grupy symetrii G) POVM. Autor podaje również charakterystykę kwantowych układów odniesienia ze względu na pewne dodatkowe własności kowariantnego POVM. Kolejnym ważnym elementem całej konstrukcji jest odwzorowanie $\mathbb{P}^R$ w podrozdziale 3.5 (niestety autor nie numeruje wszystkich wzorów), tzw. *relativization map*, które zostało wprowadzone wcześniej przez Loveridge, Miyadera i Busch (2016). Odwzorowanie to, jak sama nazwa wskazuje, pozwala relatywizować pomiar układu S względem układu R , tzn. przekształca obserwabla układu S w niezmiennicze obserwabla układu złożonego. Prezentacja tej części pracy jest dość hermetyczna. Zdecydowanie zabrakło mi tutaj prostych przykładów ilustrujących wprowadzone pojęcia. Jak w tym schemacie opisać pomiar położenia, pędu czy też fazy (a raczej różnicy fazy)?

Rozdział 4 „*Conditioning description*” wprowadza nowe odwzorowanie Γ_ω – równanie (4.1). Autor nazywa je *restriction map*. Odwzorowanie to było rozważane wcześniej przez Loveridge, Miyadera i Busch (2018). Warto dodać, że Γ_ω jest przykładem *conditional expectation* znanym w teorii algebr von Neumanna. Odwzorowanie (pre)dualne mapuje stan układu ρ na stan produktowy $\rho \otimes \bullet$ i jest dobrze znane w teorii układów otwartych jako *assignment map*. Złożenie $\Gamma_\omega \circ \mathbb{P}^R$ prowadzi do nowego odwzorowania $\mathbb{P}^R_\omega$, które realizuje relatywizację warunkowaną stanem układu referencyjnego $\bullet$. Używając wprowadzonego formalizmu autor pokazuje, że pomiar obserwabli układu S może być modelowany jako pomiar względny (względem układu referencyjnego R) przy założeniu, że ewolucja układu złożonego $S + R$ komutuje z działaniem grupy. Doktorant pokazuje, że gdy układ odniesienia jest *lokalizowalny*, co oznacza, że istnieją stany prowadzące do silnie zlokalizowanych rozkładów prawdopodobieństwa obserwabli układu odniesienia, opis względem zlokalizowanego układu odniesienia odpowiada standardowemu (tzn. nierelacyjnemu) opisowi kwantowemu.

W Rozdziale 5 „*Frame-change maps*” autor analizuje problem zmiany układu referencyjnego. Wprowadza odpowiednie odwzorowanie, które realizuje taką zmianę – *frame change map* – w podrozdziale 5.2, oraz przeprowadza analizę porównawczą z pracami innych autorów w podrozdziale 5.3.

Końcowa dyskusja przeprowadzona jest w Rozdziale 6. Autor dyskutuje możliwe uogólnienia i zastosowania.

Warto podkreślić, że praca mgr Głowackiego jest napisana z wielką starannością o precyzję matematyczną. Autor nie ogranicza się w swojej analizie do skończone wymiarowych przestrzeni Hilberta i Banacha. Stosuje wyrafinowany aparat analizy funkcjonalnej oraz teorii grup. Jak przystało na pracę z fizyki matematycznej dysertacja zawiera dowody wszystkich twierdzeń. Praca jest napisana w języku angielskim. Struktura pracy jest poprawna. Prezentacja materiału jest koherentna. Doktorant zamieszcza detaliczne wyprowadzenia większości formuł. Moim zdaniem literatura (48 pozycji) zawiera



UNIwersytet Mikołaja Kopernika
Instytut Fizyki

ul. Grudziądzka 5/7 87-100 TORUŃ

<http://www.fizyka.umk.pl/>

Tel. centr. (48 56) 611 33 10

Sekretariat: (48 56) 622 63 70

Fax (48 56) 622 53 97

e-mail: ifiz@fizyka.umk.pl



najistotniejsze pozycje. Pomocny w czytaniu dysertacji jest dodatek, a w szczególności część pierwsza podsumowująca wprowadzoną notację.

Pytania oraz uwagi krytyczne:

- Nie jest jasne co się zmieni gdy zamiast odwzorowań dodatnich ograniczymy się do kompletnie dodatnich.
- W teorii pomiarów uwzględniających symetrie istotną rolę odgrywa informacja Wignera-Yanase. Nakłada ona ograniczenia na pomiar obserwabli w obecność stałej ruchu. Jaka jest rola tej wielkości w formalizmie dyskutowanym w dysertacji?
- Jaka jest rola informacji Fishera, która odgrywa istotną rolę w klasycznej i kwantowej estymacji?
- To samo dotyczy kwantowej nierówności Cramera-Rao.
- Wcześniejsza literatura dotycząca kwantowych układów odniesienia wskazuje na związek z regułami superwyboru (*superselection rules*). Jaka jest ich rola w formalizmie zaprezentowanym w dysertacji?
- Brak numeracji ważnych wzorów.
- Brak prostych przykładów ilustrujących wprowadzane abstrakcyjne pojęcia.

Ocena końcowa: Pracę doktorską mgra Jana Głowackiego oceniam pozytywnie. Doktorant postawił szereg ambitnych problemów i uzyskał ważne i ciekawe rezultaty. Doktorant posiada gruntowną wiedzę teoretyczną oraz solidny warsztat badawczy dotyczący matematycznych aspektów mechaniki kwantowej. Analiza przeprowadzona w pracy doktorskiej mgra Głowackiego jest oparta na wcześniejszych wynikach prac Loveridge'a, Miyadery i Buscha. Wyniki doktoranta wnoszą istotnie nowe ważne elementy formalizmu kwantowych układów odniesienia. Przedstawione wyniki zostały częściowo opublikowane w serii eprintów w bazie arXiv.

W związku z powyższym stwierdzam, że przedstawiona mi do recenzji rozprawa spełnia wszystkie wymagania ustawowe i zwyczajowe stawiane rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej do dalszej części postępowania.

prof. dr hab. Dariusz Chruściński