

W pracy prezentuję formalizm opisujący propagację wiązek promieni światła, nazywany formalizmem *bi-lokalnych operatorów geodezyjnych* (BGO). Jego podstawą jest rezolwenta równania dewiacji geodezyjnych dla geodezyjnych zerowych. Formalizm BGO uogólnia standardowy opis wiązek światła, pozwalając na obserwacje rozciągające się w czasie lub wykonane przez rodzinę obserwatorów znajdujących się blisko siebie. Ponadto wprowadza on ujednolicony opis relatywistycznej optyki geometrycznej, co pozwala na wyprowadzenie ścisłych relacji między obserwabami i krzywizną czasoprzestrzeni.

Dysertacja rozpoczyna się krótkim wprowadzeniem do tematyki macierzy przejścia (*transfer matrix*) i jej relatywistycznych uogólnień, zwanych czasami propagatorami Jacobiego lub bi-lokalnymi operatorami geodezyjnymi. Podaję też krótki przegląd literatury ilustrujący rozmaite zastosowania tych operatorów w kontekście równań ruchu rozciągłych ciał w ogólnej teorii względności, fal grawitacyjnych i sejsmologii.

Drugi rozdział poświęcony jest matematycznym postawom geometrii różniczkowej, przede wszystkim geometrii wiązki stycznej. Materiał ten będzie potem podstawą formalizmu BGO. Rozpaczynam od przypomnienia pojęcia układu współrzędnych na czasoprzestrzeni i na wiązce stycznej oraz opisuję zależne i niezależne od układu współrzędnych metody rozkładu wektorów stycznych do wiązki stycznej. Natępnie opisuję analog kongruencji geodezyjnych na wiązce stycznej, zwany geodezyjnym przepływem (*geodesic flow*) i definiuję przy jego pomocy bilokalne operatory geodezyjne. Na koniec wyprowadzam równania różniczkowe na te obiekty korzystając z geometrii wiązki stycznej.

W trzecim rozdziale prezentuję swoją oryginalną pracę, w której wyprowadzam dokładne wyrażenia na BGO dla statycznych, sferycznie symetrycznych czasoprzestrzeni. Opisuję najpierw dwie techniki otrzymywania dokładnych rozwiązań, obie korzystające z wielkości zachowanych i całkowalności równań geodezyjnych w sferycznie symetrycznych czasoprzestrzeniach. Metody te stosuję potem do wyprowadzenia rozwiązań wyrażonych w reperze współrzędnościowym i transportowanym równolegle. Na koniec, korzystając z tych wyników, badam optyczne miary odległości (odległość paralaktyczną i rozmiaru kąтового) na czasoprzestrzeni Schwarzschilda.

W czwartym rozdziale prezentuję dwa ogólne twierdzenia dotyczące nierówności między optycznymi miarami odległości. Są one prawdziwe bez względu na to, czy czasoprzestrzeń jest symetryczna, czy nie. Zakładają one prawdziwość ogólnej teorii względności, standardowe warunki na rozkład materii oraz przybliżenie optyki geometrycznej dla propagacji światła. Na końcu rozdziału dyskutuję pokrótce możliwość eksperymentalnej weryfikacji tej nierówności.

W ostatnim rozdziale podsumowuję treść dysertacji i rozważam rozmaite możliwe uogólnienia wyników.