

Jerzy Kijowski
Centrum Fizyki Teoretycznej PAN
Al. Lotników 32/46
02-668 WARSZAWA

Opinia o pracy doktorskiej mgr Katarzyny Senger

Ogólna Teoria Względności, jako teoria pola grawitacyjnego, sprawdza się doskonale w skali naszego Układu Słonecznego. Jednak – powodowani naturalną ciekawością badawczą, bez której nie istnieje Nauka – próbujemy ekstrapolować jej prawa o wiele rzędów wielkości i opisywać w jej języku strukturę Wszechświata. Pojawiające się niezgodności próbujemy usunąć wprowadzając *ad hoc* różne hipotetyczne struktury – np. ciemną materię czy ciemną energię.

Sytuacja jest podobna jak w początkach 20. wieku, gdy zjawiska atomowe próbowano opisać ekstrapolując o wiele rzędów wielkości stosowalność fizyki Newtonowskiej, poprzez wprowadzenie takich obiektów jak np. dozwolone orbity Bohra.

W kosmologii, aby jakoś „oswoić” pojęcie tej *ciemnej materii*, wielu badaczy próbuje „uogólnić Ogólną Teorię względności” wychodząc z założenia, że jej fundament – mianowicie grawitacyjny Lagrangian Hilberta, z którego wynikają równania Einsteina – obowiązuje jedynie w granicy słabych pól. Poszukuje się zatem nieliniowego Lagrangianu postaci

$$L(g, \partial g, \partial^2 g, \varphi, \partial \varphi) = L(g_{\mu\nu}, R^\kappa_{\lambda\mu\nu}, \varphi, \nabla \varphi),$$

gdzie $g_{\mu\nu}$ jest tensorem metrycznym zaś $R^\kappa_{\lambda\mu\nu}$ – tensorem krzywizny, podczas gdy φ są jakimiś polami materii, taki mianowicie. Aby spełniona została „zasada korespondencji” z obecnie znaną teorią grawitacji, ten hipotetyczny, nowy Lagrangian powinien – w granicy słabych pól – przechodzić w Lagrangian Hilberta $L_H = \frac{1}{16\pi} \sqrt{|\det g|} R$.

Teorie takie badano począwszy od lat 60’ ubiegłego wieku, a mnie udało się wykazać, że są one równoważne matematycznie konwencjonalnej teorii Einsteina, w której pojawiają się jeszcze dodatkowe pola materii, poza pierwotnymi polami φ .

Jest to wynik czysto matematyczny, analogiczny do trywialnej obserwacji, iż dowolne równanie różniczkowe wysokiego rzędu można równoważnie

sformułować jako równanie niższego rzędu, traktując tamte odrzucone pochodne wysokich rzędów jako dodatkowe, pomocnicze zmienne. Mój wynik nie jest *aż tak* trywialny, bowiem chodzi jeszcze o to, żeby w trakcie takiego „re-formułowania” teorii: 1) nie zagubić jej geometrycznego charakteru (niezmienniczości teorii względem zmiany układu współrzędnych czasoprzestrzennych), 2) nie stracić zasady wariacyjnej, umożliwiającej sformułowanie Hamiltonowskie dynamiki pola, oraz: 3) nie zmienić fizycznego charakteru oddziaływania grawitacji z materią. Natomiast wpływająca zeń, ważna konkluzja fizyczna brzmi następująco: „wymyślanie niekonwencjonalnych Lagrangianów grawitacji jest równoważne wymyślaniu niekonwencjonalnych pól materii, a konwencjonalny Lagrangian Hilberta można pozostawić w spokoju”.

Katarzyna Senger uogólniła ten wynik na Lagrangiany zależne nie tylko od całego tensora krzywizny, ale również od skończonej liczby jego pochodnych. To uogólnienie było wysoce nietrywialne, bowiem wychodząc od Lagrangianu postaci:

$$L = L \left(R_{\kappa\sigma\nu}^{\lambda}, \nabla_{\mu} R_{\kappa\sigma\nu}^{\lambda}, \nabla_{\mu_2} \nabla_{\mu_1} R_{\kappa\sigma\nu}^{\lambda}, \dots, \nabla_{\mu_n} \dots \nabla_{\mu_1} R_{\kappa\sigma\nu}^{\lambda} \right). \quad (1)$$

zderzamy się z niezwykle złożoną strukturą algebraiczną tensorów krzywizny oraz ich pochodnych: spełniają one bowiem tzw. tożsamości Bianchi’ego I-go i II-go rodzaju oraz wszelkie konsekwencje różniczkowe tych tożsamości.

Aby wywikłać się z tego gąszczu tożsamości i wyrazić wszystko w terminach dobrze określonych, niezależnych zmiennych, Katarzyna Senger rozwinęła bardzo ładną teorię „tensorów krzywizny wyższych rzędów”. Jest to elegancka matematycznie konstrukcja, dzięki której potrafimy z ogromnej płataniny pochodnych tensora krzywizny wyekstrahować wielkości niezależne oraz ułożyć je w bardzo przejrzystą strukturę matematyczną. Teoria ta oraz jej główne twierdzenia zostały opublikowane w pierwszym artykule naukowym, stanowiącym część tej rozprawy.

Używając tego pięknego narzędzia matematycznego Katarzyna Senger pokazała jak obniżyć rząd różniczkowy zasady wariacyjnej opartej na Lagrangianie (1), zastępując najwyższe pochodne krzywizny odpowiednimi polami materii. Ten elegancki wynik został opublikowany w drugim artykule naukowym, stanowiącym część tej rozprawy.

Oprócz tych dwóch artykułów naukowych, praca zawiera obszernie – a jednocześnie przystępne i eleganckie – omówienie wszystkich konstrukcji oraz twierdzeń matematycznych zawartych w obu artykułach. Jest ono napisane

bardzo przejrzyste i stanowi znakomity „przewodnik” po całej tej problematyce.

Uważam rozprawę za bardzo dobrą a uzyskane przez doktorantkę wyniki za ważne fizycznie oraz eleganckie matematycznie. Przygotowując a potem pisząc tę rozprawę mgr Katarzyna Senger wykazała swoje ogromne zaangażowanie oraz talent badawczy.

Biorąc to wszystko pod uwagę stwierdzam, że – moim zdaniem – zasługuje ona na dopuszczenie do dalszych etapów obrony doktoratu.